

# MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA OTIMIZAÇÃO DE UNIDADES DE CARGA

Como se sabe, a unitização de cargas é uma tendência cada vez maior, tanto no Brasil como a nível mundial. Sabe-se também que a otimização no sistema de transporte, distribuição e armazenagem pode proporcionar grandes economias. Alguns métodos matemáticos foram desenvolvidos de modo a oferecer um embasamento científico para este tipo de problema.

O problema de otimizar o aproveitamento de uma unidade de carga consiste em colocar sobre um palete de dimensões definidas, a maior carga possível (caixas, tambores, etc.). Este problema é semelhante a encontrar a disposição ou "lay-out" de peças planas a serem cortadas de uma chapa, o corte de peças de vestuário sobre tecido, o corte de caixas de cartão sobre uma chapa, etc. Sob este ponto de vista, a otimização da ocupação de um palete por caixas é análoga ao problema do corte não guilhotinado de peças retangulares de uma chapa, que tenha o mesmo tamanho do palete.

Este tipo de problema é conhecido tecnicamente como problema de otimização combinatorial e são, em geral, de difícil solução. A área que estuda estes problemas é chamada de Pesquisa Operacional.

O problema de otimização de ocupação do palete pode ser dividido em dois grupos: o problema do produtor e o problema do distribuidor. O problema do produtor consiste em um mesmo produto que é embalado em caixas iguais e que são carregadas sobre o palete. O problema do distribuidor é mais complexo, já que consiste em vários produtos embalados em caixas de tamanhos diferentes e que devem ser carregadas sobre o palete para a distribuição. Neste artigo será discutido somente o problema do produtor.

Hoje em dia, a resolução deste tipo de problema está apoiada sobre algoritmos computacionais, uma vez que demanda uma grande quantidade de cálculos repetitivos (métodos iterativos). Métodos exatos para o cálculo deste problema foram desenvolvidos, porém são extremamente complexos e exigem um tempo computacional muito grande. Uma alternativa proposta por muitos autores é o uso de métodos heurísticos de cálculo. Um método heurístico é um método que não fornece garantidamente o resultado ótimo do problema, o que acontece quando a somatória das áreas restantes é menor que a área de uma única embalagem, sendo que muitas vezes o

resultado ótimo é atingido. Quando isto não acontece o resultado é muito próximo do ótimo. A grande vantagem dos métodos heurísticos é sua rapidez e a sua simplicidade na implementação.

Um dos métodos heurísticos consiste em dividir o palete em subáreas que são preenchidas em seguida. O método presume que se for feita a otimização em cada uma das subáreas, o palete estará otimizado. Suponha que caixas idênticas de dimensões (a, b, c) devam ser carregadas sobre a superfície (A, B) do palete (supõe-se que a e b são menores ou iguais a A e B).

Um primeiro exemplo de um método deste tipo pode ser visto na Figura 1. Neste caso, o palete é dividido em até quatro retângulos e em cada um deles as caixas são arranjadas seguindo uma orientação horizontal pré-fixada. O tamanho destes retângulos é determinado num procedimento em duas fases: na primeira fase, a utilização do perímetro do palete é maximizada (Figura 1a), e na segunda fase possíveis modificações nestes retângulos são exploradas numa tentativa de preencher a área central (Figura 1b).

Uma outra idéia, semelhante à anterior é mostrada na Figura 1c. Aqui o palete também é dividido em até quatro retângulos onde as caixas são arranjadas seguindo uma orientação pré-fixada. O procedimento examina todas as possíveis modificações nestes retângulos, variando suas dimensões (inclusive a possibilidade destas dimensões serem nulas). A Figura 1c apresenta um padrão com 23 caixas obtido através deste procedimento. Note que ele é melhor do que o padrão da Figura 1b com apenas 22 caixas.

Posteriormente, foi desenvolvido um novo método que se mostrou mais eficiente, já que melhores padrões ainda podem ser produzidos

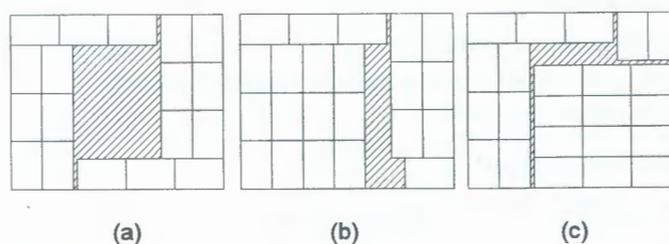


FIGURA 1. Exemplos de carregamento do palete (48,40) com caixas (11,7).

utilizando eventualmente um quinto retângulo central. A Figura 2a ilustra um padrão com quatro retângulos e 32 caixas obtido com o método anterior, e a Figura 6b ilustra outro padrão com cinco retângulos e 33 caixas, obtido com o novo método.

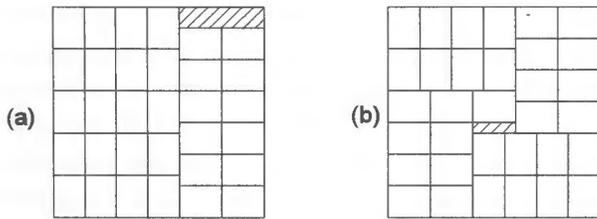


FIGURA 2. Exemplos de carregamento do palete (100,100) com caixas (20,15).

Neste novo método é proposto um método heurístico simples e eficaz que pode ser visto como uma extensão dos métodos anteriores. O palete inicialmente é dividido em até cinco dimensões (A1,B1), (A2,B2), ..., (A5,B5), respectivamente, conforme mostrado na Figura 3. Uma orientação é pré-fixada para arrancar as caixas dentro de cada retângulo, com exceção do retângulo central, cuja orientação é pós-fixada.

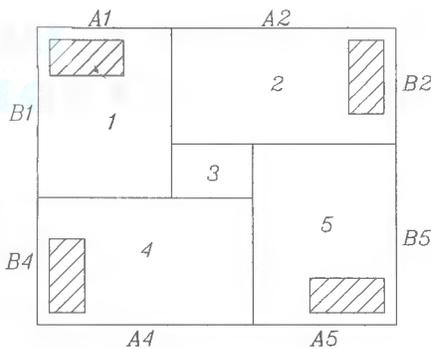


FIGURA 3. Divisão do palete em 5 retângulos.

Cabe salientar que é possível apresentar contra-exemplos cuja solução ótima envolve mais do que cinco retângulos, ou cuja solução ótima envolve exatamente cinco retângulos, mas que são incompatíveis com o padrão da Figura 3. Na Figura 4b apresenta-se uma solução utilizando 23 caixas, que é melhor que a solução de 22 caixas obtida com a nova heurística na Figura 4a.

O método heurístico apresentado na Figura 3 é descrito a seguir: sejam m e n inteiros não negativos e suponha sem perda de generalidade que a é maior ou

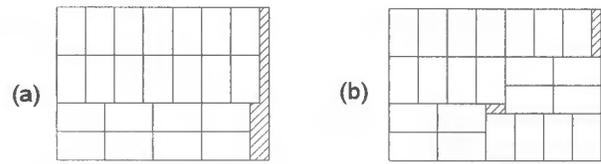


FIGURA 4. Exemplos de carregamento do palete (22,16) com caixas (5,3).

igual a b. Inicialmente são gerados todos os pares (m,n) ao longo do comprimento A do palete satisfazendo

$$0 \leq A - ma - nb < b$$

e ao longo da largura B, satisfazendo

$$0 \leq B - ma - nb < b$$

Ao invés de variar as dimensões dos retângulos ao longo de 0, 1, ..., A e 0, 1, ..., B, o método examina apenas as dimensões correspondentes aos pares (m,n) em cada um dos lados do palete. Por exemplo, no problema da Figura 2b apenas seis pares devem ser percorridos em cada lado: (0,6), (1,5), (2,4), (3,2), (4,1) e (5,0) (neste caso particular de palete quadrado, os pares em A e em B são idênticos). Tais pares são chamados de **partições eficientes**.

Sejam (m<sub>c</sub>,n<sub>c</sub>), (m<sub>b</sub>,n<sub>b</sub>), (m<sub>e</sub>,n<sub>e</sub>), (m<sub>d</sub>,n<sub>d</sub>), denotando os pares (m,n) no lado de cima, de baixo, da esquerda e da direita do palete, respectivamente. Levando-se em conta a orientação das caixas em cada retângulo, obtêm-se

$$\begin{aligned} A1 &= n_c b \text{ e } B1 = m_e a & A2 &= m_c a \text{ e } B2 = n_d b \\ A4 &= m_b a \text{ e } B4 = n_e b & A5 &= n_b b \text{ e } B5 = m_d a \end{aligned}$$

As dimensões do retângulo central são facilmente deduzidas a partir das dimensões acima com

$$A3 = A - A1 - A5 \quad \text{e} \quad B3 = B - B2 - B4$$

Para que um padrão seja factível, conforme mostrado na Figura 3, não pode haver sobreposição de retângulos. Sobreposições ocorrem se

$$\begin{aligned} A - A1 - A5 < 0 & \quad \text{e} \quad B - B1 - B5 < 0 \\ \text{ou} & \\ A - A2 - A4 < 0 & \quad \text{e} \quad B - B2 - B4 < 0 \end{aligned}$$

A partir da geração das possíveis combinações das partições eficientes entre os quatro lados do palete, obtêm-se todos os padrões factíveis a serem examinados. Os quatro retângulos nos cantos do palete são preenchidos com o maior número possível de caixas, seguindo a orientação pré-fixada e o retângulo central é preenchido, fixando-se na orientação que resultar no maior número de caixas. Naturalmente, a melhor solução corresponde ao padrão com maior número de caixas.

Pode-se ainda observar que trocar as partições eficientes entre dois lados opostos é equivalente a uma rotação de 180° no palete e, portanto, apenas metade das possíveis combinações precisa ser examinada. Além disso, a busca pode terminar caso seja encontrado um padrão com área não utilizada menor do que a área de uma única caixa. Isto define uma condição suficiente (e não necessária) para verificar se uma solução é ótima para o problema do produtor.

Nas versões iniciais do programa *DiGE* (até versão 2.3), a otimização da unidade de carga é feita pela busca exaustiva a um banco de dados contendo cerca de 600 possibilidades diferentes de arranjos. A equipe do Laboratório de Embalagem de

Distribuição - LED do CETEA/ITAL está trabalhando para implementar este novo método heurístico, de modo a possibilitar uma maior versatilidade do programa. Com esta modificação pretende-se dar mais velocidade ao programa, uma vez que os testes preliminares mostraram a grande velocidade do novo método. Além disso, o novo algoritmo irá permitir a inclusão dos desenhos de arranjos, que hoje devem ser verificados no manual, em forma de desenhos na tela do computador. Como complemento, serão implementadas, na nova versão, algumas sugestões dadas pelos próprios usuários. Será divulgada oportunamente, a disponibilidade da nova versão do programa *DiGE*, com estas novidades.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MORÁBITO NETO, R.; WIDNER, J.A. O problema do carregamento de paletes. Uma metodologia para o carregamento com embalagens de dimensões iguais. São Carlos: USP - Escola de Engenharia de São Carlos. [s.d.] 16p. (Publicação STT-ACN 040-91).

*Adaptação de BORDIN, M.R.*