OTIMIZAÇÃO ÁREA X VOLUME DE EMBALAGENS

No desenvolvimento geométrico de uma embalagem, os aspectos mais importantes a ser considerados são o seu tamanho e formato. É largamente aceita a idéia de que o tamanho e o formato de uma embalagem definem como a embalagem é arranjada em paletes, contêineres, carrocerias, etc., a sua estabilidade e conveniência no transporte e movimentação, e sua facilidade de uso.

O formato de uma embalagem tem uma grande influência na quantidade de material utilizado na sua confecção. As dimensões de uma embalagem definem seu tamanho e a relação entre as suas dimensões determina sua forma.

Assim, no caso de uma caixa de papelão ondulado, sua forma é definida pela relação entre seus painéis, expressa sempre na ordem: comprimento : largura : altura.

Na maioria das vezes, o material de embalagem é adquirido na forma plana, ou seja, ao comprar uma caixa de papelão ondulado paga-se por uma área de papelão ondulado, o mesmo ocorrendo com embalagens de cartão, latas e sacarias. Assim, é interessante desenvolver uma embalagem que atenda às necessidades quanto ao volume de produto a ser embalado e que utilize a menor quantidade de material de embalagem possível.

Para caixas tipo Normal, 0201, o formato que requer a menor área de papelão ondulado, dado um volume, é o que tem a relação C:L:A, igual a 2:1:2. Para cada formato específico que requer uma mínima área de papelão ondulado. O objetivo deste artigo é mostrar um método que pode ser aplicado, para que se encontre qual é a melhor relação de dimensões para cada tipo de embalagem. A única exceção para este método é que ele não se aplica para embalagens do tipo sacaria, que requerem um método diferente para sua determinação.

O Método da Área Mínima consiste em um roteiro de 6 passos que resultarão nas relações entre comprimento, largura e altura e utiliza-se da menor área de material de embalagem, dado um volume. A base deste método é o cálculo do valor mínimo da função Área com relação às demais variáveis.

Os passos a ser seguidos são:

1. Escrever a equação que define o volume interno da embalagem;

2. Escrever a equação da área total da embalagem com as mesmas variáveis do passo 1.;

3. Reescrever a equação do passo 1. deixando uma das incógnitas em função das outras;

4. Substituir a equação obtida no passo 3. na equação do passo 2.;

5. Diferenciar a equação obtida no passo 4. com relação a todas as variáveis, igualando-as a zero para encontrar o mínimo da função;

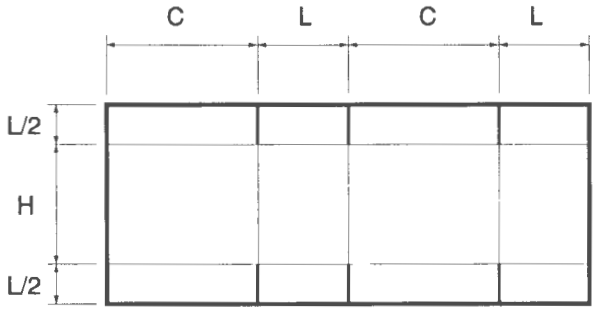
6. Substituir a expressão de volume do passo 1. nas equações obtidas no passo 5.

Serão desenvolvidos abaixo dois exemplos de uso do método para facilitar a compreensão. Os exemplos escolhidos são a caixa Normal 0201, a fim de demonstrar a origem da relação mostrada no início

do artigo e um exemplo aplicado a latas.

CAIXA NORMAL (0201)

A caixa 0201 é formada por uma chapa de papelão ondulado com o seguinte formato:



Aplicando-se os passos descritos tem-se:

1. O volume da embalagem:

$$V = C\,L\,H$$

2. A área total da embalagem:

$$A = (2C + 2L) \times (H + L)$$

3. Reescrevendo a equação de 1.:

$$C = \frac{V}{L\,H}$$

4. Substituindo de 3. em 2.:

$$A = \left(\frac{2V}{L\,H} + 2L\right) \times (H + L) = \frac{2V}{L} + \frac{2V}{H} + 2L\,H + 2L^2$$

5. Derivando em relação a cada variável (derivada parcial):

$$\frac{\partial A}{\partial L} = \frac{-2V}{L^2} + 2H + 4L = 0$$

$$\frac{\partial A}{\partial H} = \frac{-2V}{H^2} + 2L = 0$$

6. Substituindo a equação do volume em 5.:

$$\frac{-2\,CLH}{L^2} + 2H + 4L = 0 \;\Rightarrow\; \frac{-2\,CH}{L} + 2H + 4L = 0 \quad (1)$$

$$\frac{-2\,CLH}{H^2} + 2L = 0 \;\Rightarrow\; \frac{-2\,CL}{H} + 2L = 0 \quad (2)$$

De (2) tem-se: $\frac{C}{H} = 1 \;\Rightarrow\; C = H$

De (1) e (2) tem-se que $C^2 + C\,L - 2\,L^2 = 0$

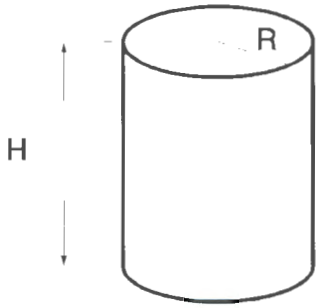
Resolvendo esta equação de segundo grau para C obtem-se que

$$C = 2L \qquad e \qquad C = -L$$

sendo que a segunda resposta não tem sentido real, e é então desprezada. Portanto, as relações que fornecem o menor consumo de papelão ondulado para a caixa 0201 são C = H e C = 2L.

LATA DE TRÊS PEÇAS

Vamos supor que se trate de uma lata de três peças que tenha custo da tampa e fundo igual a 1,5 vezes o custo do corpo. Pode-se fazer uma analogia entre área e custo, calculando não a área mínima e sim o custo mínimo que é dependente da área de folha metálica utilizada. Assim, pode-se novamente aplicar o método.



A lata de três peças tem o seguinte formato:

Aplicando-se, novamente, os passos descritos tem-se:

1. O volume da embalagem:

$$V = \pi\,R^2\,H$$

2. A área total da embalagem:

- Área da tampa + fundo

$$Área_{tampa+fundo} = 2\pi\,R^2$$

- Área do corpo

$$Área_{corpo} = 2\pi\,RH$$

Como o custo da tampa e fundo é 1,5 vezes o custo do corpo tem-se que o custo total é dado por:

$$\$ = 1{,}5 \times 2\,\pi\,R^2 + 2\pi\,RH$$

3. Reescrevendo a equação de 1.:

$$H = \frac{V}{\pi\,R^2}$$

4. Substituindo de 3. em 2.:

tuindo de 3. em 2.:

$$\$ = 3\pi R^2 + \frac{2V}{R^2}$$

5. Derivando em relação a cada variável (derivada total):

$$\frac{dA}{dR} = 6\pi R - \frac{2V}{R^2} = 0$$

6. Substituindo a equação do volume em 5.:

$$6\pi R - \frac{2\pi R^2 H}{R^2} = 0 \Rightarrow 3R = H$$

Portanto, as relações que fornecem o menor custo para a lata de três peças (desde que obedecida a relação de custo Tampa/Corpo) são 3R = H.

Com estes exemplos tentou-se demonstrar o uso do método para diferentes tipos de embalagem. Em resumo, basta que se determinem o volume e a área total da embalagem matematicamente para que se possa usar o método. Além deste tipo de procedimento, pode-se recorrer ao uso de ferramentas tipo softwares matemáticos ou rotinas especiais, que geralmente fornecem os resultados mais rapidamente, não exigindo os cálculos acima.

BORDIN, M.R.; ARDITO, E.F.G.